Lycée secondaire Méthouia	Devoir de synthèse N°I **MATHEMATIQUES**	
Le 09/12/2009	Durée :2 heures	Classe: 4ème sciences 2

Exercice 1 (5.5 pts)

I) Pour chacune de deux questions suivantes une seule réponse est correcte. Laquelle?

1) La suite u définie sur IN* par $u_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}$ est:

a) croissante b) décroissante c) non monotone

2) La suite (u_n) définie sur IN par $u_n = \frac{2n+3}{n+5}$ est majorée par:

a) 1 b) 2 c) $\frac{3}{5}$

II) Répondre par Vraie ou Faux sans justification:

a) Si (u_n) est croissante et négative alors (u_n) converge vers 0

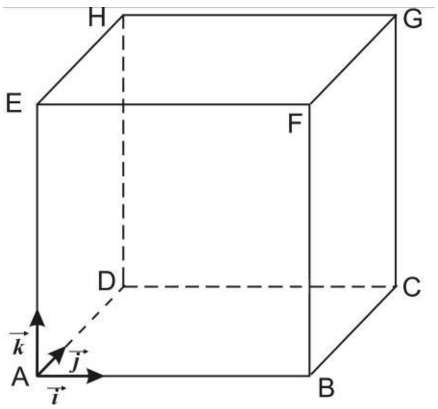
b) Si (u_n) est croissante et converge vers 0 alors (u_n) est négative

III) a) Rappeler la définition de deux suites adjacentes

b) Montrer que les deux suites (x_n) et (y_n) définies sur NI^* par

$x_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$ et $y_n = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$ sont adjacentes.

Exercice 2 (6 pts)



L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

ABCDEFGH est un cube tel que

$\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 4\vec{k}$

Le point I est le milieu de [BC] et le point J est défini par

$\overrightarrow{EJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{EH}$

1) Le repère est –il direct ou indirect ?

2) a) Déterminer les coordonnées des points B,C,E et H et déduire celles de I et celles de J

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AI} \wedge \overrightarrow{AJ}$

c) Déterminer une équation cartésienne du plan (AIJ)

3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BH)

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (BH) avec le plan (AIJ)

4) Calculer de deux manières différentes le volume $\mathscr{V}$ du tétraèdre AIJC

Exercice 3 (5 pts)

Soit l'équation (E): $z^3 - 4iz^2 - 6z + 4i = 0$

1)a) Montrer que 2i est une solution de (E).

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) . On donnera les solutions sous forme trigonométrique.

2) Soit dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, les points A, B et C d'affixes respectives -1+i , 1+i et 2i

a) Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$. Que peut-on déduire?

b) Montrer que OACB est un carré dont on précisera l'affixe de son centre I

3) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z| = |z+1-i|$

Exercice 4 (3.5 pts)

On considère la fonction $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1) justifier la continuité de la fonction f sur IR

2) Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

3) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

4) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution sur IR.

Montrer que cette solution appartient à l'intervalle [1;2]

5) En déduire le signe de f(x) sur IR

Bon travail